

RASHTRIYA INDIAN MILITARY COLLEGE, DEHRADUN
ENTRANCE EXAMINATION – DEC 2023
SUBJECT: MATHEMATICS

TIME: 1Hr 30 Mins

MM: 200

Instructions:

निर्देश:

1. Attempt all 20 questions. Write your answers separately on the answer sheet provided at the exam centre/ सभी 20 प्रश्नों को हल करें। परीक्षा केंद्र पर उपलब्ध कराई जाने वाली उत्तर पुस्तिका पर अपने उत्तर अलग से लिखें।
2. Part 'A' contains 10 questions and each question in this part carries 'Eight marks'.
भाग 'क' में 10 प्रश्न हैं और इस भाग में प्रत्येक प्रश्न 'आठ अंक' का है।
3. Part 'B' contains 10 questions and each question in this part carries 'Twelve marks'.
भाग 'ख' में 10 प्रश्न हैं और इस भाग में प्रत्येक प्रश्न 'बारह अंक' का है।
4. Use of calculator is prohibited. Complete written justification is required for each question. Marks will be awarded for correct steps to reach the solution. Answers without justification will not have any credit. / कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है। प्रत्येक प्रश्न के लिए पूर्ण लिखित औचित्य आवश्यक है। समाधान तक पहुंचने के लिए सही कदम उठाने पर अंक दिए जाएंगे। बिना औचित्य के उत्तरों को कोई श्रेय नहीं दिया जाएगा।
5. Take the value of π as $\frac{22}{7}$ / π का मान $\frac{22}{7}$ लें।
6. Use blue / black ball pen to answer the questions/ प्रश्नों के उत्तर देने के लिए नीले / काले बॉल पेन का प्रयोग करें।
7. The question paper can be retained by the candidates post examination. / उम्मीदवार परीक्षा के बाद प्रश्न पत्र अपने पास रख सकते हैं।

PART A (10 × 8 = 80 MARKS)

Q.1 Compare the fractions $x = \frac{111110}{111111}$, $y = \frac{222221}{222223}$, $z = \frac{333331}{333334}$ and arrange them in ascending order./
 भिन्नों की तुलना करें $x = \frac{111110}{111111}$, $y = \frac{222221}{222223}$, $z = \frac{333331}{333334}$ और उन्हें आरोही क्रम में व्यवस्थित करें।

Q.2 Which of the following rational numbers are terminating in their decimal notation and which are not. For the numbers that have terminating decimals, express the number as a terminating decimal. निम्नलिखित में से कौन सी परिमेय संख्या आपके दशमलव अंकन में समाप्त हो रही हैं और कौन सी नहीं। उन वारंटों के लिए जिनमें शामिल हैं संत दशमलव, संख्या को संत दशमलव के रूप में देखें।

(a) $\frac{73248}{1500}$ (b) $\frac{426}{64}$ (c) $\frac{123456}{125}$

Q.3 Two different numbers x and y (not necessarily integers) satisfy $x^2 - 2000x = y^2 - 2000y$. Find the sum of x and y . / दो भिन्न संख्याएँ x और y (जरूरी नहीं कि पूर्णांक हों) $x^2 - 2000x = y^2 - 2000y$ को शामिल किया गया है। x और y का योग जाना जाता है।

Q.4 A family consists of four persons. If Masha's scholarship is doubled, the total income of the family will increase by 5%; if, instead, Mother's salary is doubled, the family's income will become 15% greater; and if Father's salary is doubled, the family's income will grow by 25%. By what percent will the family's income grow if Grandpa's pension is doubled./ एक परिवार में चार व्यक्ति होते हैं। यदि माशा की छात्रवृत्ति दोगुनी कर दी जाए, तो परिवार की कुल आय 5% बढ़ जाएगी; यदि, इसके बजाय, माँ का वेतन दोगुना कर दिया जाए, तो परिवार की आय 15% अधिक हो जाएगी; और यदि पिता का वेतन दोगुना कर दिया जाए, तो परिवार की आय 25% बढ़ जाएगी। यदि दादाजी की पेंशन दोगुनी कर दी जाए तो परिवार की आय कितने प्रतिशत बढ़ जाएगी?

Q.5 Refer to the figure below. (Figure 1). Triangle ABC has an incircle with center at F and touching the triangle at E, G and D. (a) Given that $\angle FAG = 20$ Degrees, $\angle FCG = 30$ Degrees. Find all the angles A, B and C of the triangle ABC. (b) Given that $AC=12$, $AB=10$, and $BC=8$, Find the length of BE and BD./ निम्न चित्र का सन्दर्भ लें। (आकृति 1)। त्रिभुज ABC में एक अंतःवृत्त है जिसका केंद्र F है और त्रिभुज को E, G और D पर स्पर्श करता है। (a) दिया गया है कि $\angle FAG = 20$ डिग्री, $\angle FCG = 30$ डिग्री। त्रिभुज ABC के सभी कोण A, B और C ज्ञात कीजिए। (बी) यह देखते हुए कि $AC=12$, $AB=10$, और $BC=8$, BE और BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।

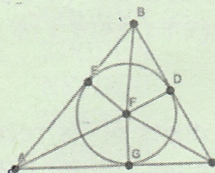


Figure 1: Problem 5: Geometry

Q.6 Refer to the figure below. (Figure 2). The side CB is the diameter of the circle. Given that $CE=3$, $BE=7$, and $DE \perp BC$. Find CD, DE and DB. / निम्न चित्र का सन्दर्भ लें। (चित्र 2)। भुजा CB वृत्त का व्यास है। दिया गया है कि $CE=3$, $BE=7$, और $DE \perp BC$ । CD, DE और DB खोजें।

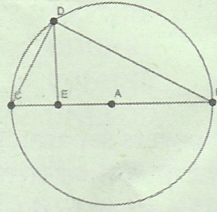


Figure 2: Problem 6: Geometry

Q.7 Given that $56a = 65b$ where a and b are natural numbers, prove that $a + b$ is composite. {Hint: Consider the equation $3p = 2q$. Notice that in this equation p has to be a multiple of 2 and q has to be the same multiple of 3, i.e., $p = 2k$ and $q = 3k$ for some k .} / यह देखते हुए कि $56a = 65b$ जहाँ a और b प्राकृतिक संख्याएँ हैं, साबित करें कि $a + b$ संयुक्त है। {संकेत: समीकरण $3p = 2q$ पर विचार करें। ध्यान दें कि इस समीकरण में p को 2 का गुणज होना चाहिए और q को 3 का समान गुणज होना चाहिए, यानी, कुछ k के लिए $p = 2k$ और $q = 3k$ होना चाहिए।}

Q.8 Brothers Prem and Vishwa decided to make a funny video and post it on the Internet. First, they filmed how each of them walked from home to school - Vishwa walked for 8 minutes, and Prem walked for 5 minutes. Then they came home and sat down at the computer to edit the video: they simultaneously launched Vishwa's video from the beginning and Prem's video from the end (in the opposite direction); at the moment when in both videos the brothers were at the same point on the path, they merged Prem's video with Vishwa's. The result was a video in which Vishwa's walks from home to school, and then at some point suddenly turns into Prem and walks home backwards. How long was the edited funny video in minutes? / भाइयों प्रेम और विश्व ने एक मजेदार वीडियो बनाने और इसे इंटरनेट पर पोस्ट करने का फैसला किया। सबसे पहले, उन्होंने फिल्म बनाई कि उनमें से प्रत्येक घर से स्कूल तक कैसे चले - विश्व 8 मिनट तक चला, और प्रेम 5 मिनट तक चला। फिर वे घर आए और वीडियो संपादित करने के लिए कंप्यूटर पर बैठ गए: उन्होंने एक साथ शुरुआत से विश्व का वीडियो और अंत से प्रेम का वीडियो लॉन्च किया (विपरीत दिशा में); उस समय जब दोनों वीडियो में भाई रास्ते पर एक ही बिंदु पर थे, उन्होंने प्रेम के वीडियो को विश्व के साथ मिला दिया। परिणाम एक वीडियो था जिसमें विश्व घर से स्कूल तक पैदल चलता है, और फिर किसी बिंदु पर अचानक प्रेम में बदल जाता है और घर की ओर पीछे की ओर चलता है। मिनटों में संपादित मजेदार वीडियो कितने समय का था?

Q.9 Natasha can prepare Greek and Caesar salad. Vanya can prepare Greek and Russian salad. Sasha can prepare Caesar and Russian salad. Write down the names of girls in a row and the names of dishes in next row. Join the girls with the dishes they can cook with lines. Now assign dishes to each girl such that each cooks a dish she knows and all dishes are different. How many solutions does the problem have? / नताशा ग्रीक और सीज़र सलाद तैयार कर सकती है। वान्या ग्रीक और रूसी सलाद तैयार कर सकती हैं। साशा सीज़र और रूसी सलाद तैयार कर सकती है। एक पंक्ति में लड़कियों के नाम और अगली पंक्ति में व्यंजनों के नाम लिखें। लड़कियों के साथ उन व्यंजनों के साथ जुड़ें जिन्हें वे पंक्तियों के साथ पका सकती हैं। अब प्रत्येक लड़की को व्यंजन इस प्रकार आवंटित करें कि प्रत्येक लड़की एक ऐसा व्यंजन पकाए जिसे वह जानती हो और सभी व्यंजन अलग-अलग हों। समस्या के कितने समाधान हैं?

Q.10 Harold made a plum pie to take on a picnic. He was able to eat only $\frac{1}{4}$ of the pie, and he left the rest for his friends. A moose came by and ate $\frac{1}{3}$ of what Harold left behind. After that, a porcupine ate $\frac{1}{3}$ of what the moose left behind. How much of the original pie still remained after the porcupine left? / हेरोल्ड ने पिकनिक पर जाने के लिए प्लम पाई बनाई। वह पाई का केवल $\frac{1}{4}$ भाग ही खा सका और बाकी उसने अपने दोस्तों के लिए छोड़ दिया। एक मूस आया और हेरोल्ड ने जो कुछ छोड़ा था उसका $\frac{1}{3}$ भाग खा लिया। उसके बाद, मूस ने जो कुछ छोड़ा था उसका $\frac{1}{3}$ हिस्सा साही ने खा लिया। साही के चले जाने के बाद भी मूल पाई का कितना हिस्सा बचा हुआ था?

PART B (10 × 12 = 120 MARKS)

Q.11 Is $4^9 + 6^{10} + 3^{20}$ a prime number. (Hint: note that $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$). And, Is $20^{100} - 17^{34}$ a prime? / क्या $4^9 + 6^{10} + 3^{20}$ एक अभाज्य संख्या है? (संकेत: ध्यान दें कि $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$)। और, क्या $20^{100} - 17^{34}$ एक अभाज्य है?

Q.12 Ananya calls a date beautiful if all 6 digits of its record are different. For example, 04/19/23 is a beautiful date, but 02/19/23 and 06/01/23 are not. / अनन्या किसी डेट को खूबसूरत तब कहती है जब उसके रिकॉर्ड के सभी 6 अंक अलग-अलग हों। उदाहरण के लिए, 04/19/23 एक खूबसूरत तारीख है, लेकिन 02/19/23 और 06/01/23 नहीं हैं। (PTO)

- (a) How many beautiful dates will there be in April 2023? / अप्रैल 2023 में कितनी खूबसूरत तारीखें होंगी?
 (b) How many beautiful dates are there in 2023? / 2023 में कितनी खूबसूरत तारीखें हैं?

Q.13 Vasant solved problems for 15 days - at least one every day. Every day (except the first), if the weather was cloudy, he solved one more problem than the previous day, and if it was sunny, he solved one less problem. In the first 9 days, Vasant solved 13 problems. / वसंत ने 15 दिनों तक समस्याएँ हल कीं - हर दिन कम से कम एक। हर दिन (पहले को छोड़कर), यदि मौसम बादल वाला था, तो उसने पिछले दिन की तुलना में एक अधिक समस्या हल की, और यदि धूप थी, तो उसने एक कम समस्या हल की। पहले 9 दिनों में वसंत ने 13 समस्याएँ हल कीं।

- (a) What was the weather like on the 10th day? How many problems did he solve that day? / 10वें दिन मौसम कैसा था? उस दिन उसने कितनी समस्याएँ हल कीं?
 (b) What is the greatest number of problems Vasant could solve on the 15th day? / 15वें दिन वसंत द्वारा हल की जा सकने वाली समस्याओं की अधिकतम संख्या क्या है?

Q.14 Isosceles triangle ABC ($AB = BC$) and square AKLM are located as shown in the figure below. Point S on AB is such that $AS = SL$. Find the value of $\angle SLB$. (Hint: Draw construction line KS and analyse the triangles KSL and KSA for congruency and consequence) / चित्र में दिखाए अनुसार समद्विबाहु त्रिभुज ABC ($AB = BC$) और वर्ग AKLM स्थित हैं। AB पर बिंदु S इस प्रकार है कि $AS = SL$ है। $\angle SLB$ का मान ज्ञात कीजिए। (संकेत: निर्माण रेखा KS बनाएं और सर्वांगसमता और परिणाम के लिए त्रिभुज KSL और KSA का विश्लेषण करें)

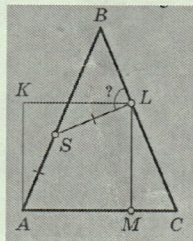


Figure 3: Geometry1

Q.15 Two congruent triangles are located inside a square, as shown in the figure below. Find their angles / सर्वांगसम त्रिभुज एक वर्ग के अंदर स्थित होते हैं, जैसा चित्र में दिखाया गया है। उनके कोण ज्ञात कीजिए

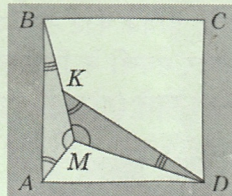


Figure 4: Geometry2

Q.16 Two sums are written on the board: / बोर्ड पर दो योग लिखे हैं:

- (a) $1 + 22 + 333 + 4444 + 55555 + 666666 + 7777777 + 88888888 + 999999999$
 (b) $9 + 98 + 987 + 9876 + 98765 + 987654 + 9876543 + 98765432 + 987654321$

Determine which one is greater (or they are equal). (Hint: Write the two sums neatly as you would while adding them by brute force) / निर्धारित करें कि कौन सा बड़ा है (या वे बराबर हैं)। (संकेत: दोनों योग साफ़-साफ़ लिखें जैसा कि आप उन्हें बलपूर्वक जोड़ते समय करेंगे)

Q.17 Linda wrote down the name of her home town and all its cyclical shifts (shifts of letters in a loop), stacking them up. Here is what she obtained: / लिंडा ने अपने गृह नगर का नाम और उसके सभी चक्रीय बदलाव (एक लूप में अक्षरों का बदलाव) को एक साथ रखते हुए लिखा। यहाँ उसने क्या प्राप्त किया:

PODUNK
 KPODUN
 NKPODU
 UNKPOD
 DUNKPO
 ODUNKP

(PTO)

She then ordered these lines alphabetically to make another table: / फिर उसने एक और तालिका बनाने के लिए इन पंक्तियों को वर्णानुक्रम में क्रमबद्ध किया:

DUNKPO
KPODUN
NKPODU
ODUNKP
PODUNK
UNKPOD

Reading out the last column, she got ONUPKD. Igor did the same with the name of his home town and got the "word" MTTLARAEEKIS. Find the name of Igor's town, if the name begins with the letter S. / आखिरी कॉलम पढ़ते हुए उसे ONUPKD मिला। इगोर ने अपने गृह नगर के नाम के साथ भी ऐसा ही किया और उसे "शब्द" MTTLARAEEKIS मिला। यदि नाम एस अक्षर से शुरू होता है, तो इगोर के शहर का नाम खोजें।

Q.18 A game board consists of 64 squares that alternate in color between black and white. The figure below shows square P in the bottom row and square Q in the top row. A marker is placed at P. A step consists of moving the marker onto one of the adjoining white squares in the row above. How many 7-step paths are there from P to Q? (The figure below shows a sample path.) / एक गेम बोर्ड में 64 वर्ग होते हैं जो काले और सफेद रंग के बीच वैकल्पिक होते हैं। नीचे दिए गए चित्र में निचली पंक्ति में वर्ग P और शीर्ष पंक्ति में वर्ग Q दिखाया गया है। एक मार्कर को P पर रखा गया है। एक चरण में मार्कर को ऊपर की पंक्ति में आसन्न सफेद वर्गों में से एक पर ले जाना शामिल है। P से Q तक कितने 7-चरणीय पथ हैं? (चित्र एक नमूना पथ दिखाता है।)

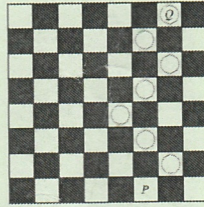


Figure 5: Combinatorics 1

Q.19 The spider wove a web, and all 12 of its knots caught a Fly or a mosquito. In this case, each insect turned out to be connected by a piece of web to exactly two mosquitoes. Draw an example of how this could be (by writing the letters F for a fly and M for a mosquito inside the knots). Redraw the figure given below in your answer script and mention 'F' or 'M' in the white circle (knot) as suitable. / मकड़ी ने एक जाल बुना और उसकी सभी 12 गांठों में एक मक्खी या मच्छर फंसा गया। इस मामले में, प्रत्येक कीट ठीक दो मच्छरों से जाल के एक टुकड़े से जुड़ा हुआ निकला। यह कैसे हो सकता है इसका एक उदाहरण बनाएं (गांठों के अंदर मक्खी के लिए F और मच्छर के लिए M अक्षर लिखकर)। अपनी उत्तर पुस्तिका में नीचे दिए गए चित्र को दोबारा बनाएं और सफेद गोले (गांठ) में उपयुक्त 'F' या 'M' का उल्लेख करें।

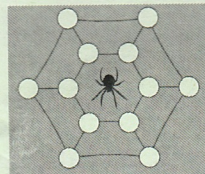


Figure 6: Spider Web

Q.20 A knight always speaks the truth. A liar always lies. Two knights and two liars are gathered together. Could any of them say the following phrases. / एक शूरवीर हमेशा सच बोलता है। झूठा व्यक्ति सदैव झूठ बोलता है। दो शूरवीर और दो झूठे एक साथ इकट्ठे हुए हैं। क्या उनमें से कोई निम्नलिखित वाक्यांश कह सकता है?

- "All of us are knights" / "हम सभी शूरवीर हैं"
 - "There is exactly one knight amongst you". / "तुम्हारे बीच बिल्कुल एक ही शूरवीर है।"
 - "Amongst you, there are more knights than liars" / "तुम्हारे बीच झूठ बोलनेवालों से ज्यादा शूरवीर हैं"
- If anyone could, then indicate everyone who could and explain why he could say that. If no one could say such a phrase, then also explain why? / यदि कोई ऐसा कर सकता है, तो हर उस व्यक्ति को इंगित करें जो ऐसा कर सकता है और समझाएं कि वह ऐसा क्यों कह सकता है। यदि कोई ऐसा वाक्य नहीं कह सका तो यह भी बताएं कि क्यों?